$\boxed{\text{I}}$

問 1　x の 2 次関数

$$y = 3x^2 - 6$$

を考える。

(1) $y = 3x^2 - 6$ のグラフを平行移動して，2 点 $(1, 5), (4, 14)$ を通るようにする。このとき，このグラフを表す 2 次関数は

$$y = \boxed{\text{A}}\,^2 - \boxed{\text{BC}}\,x + \boxed{\text{DE}}$$

である。このグラフは，$y = 3x^2 - 6$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{F}}$ ，y 軸方向に $\boxed{\text{G}}$ 平行移動したものである。

(2) 直線 $y = c$ に関して $y = 3x^2 - 6$ のグラフと対称なグラフを表す 2 次関数は

$$y = -\boxed{\text{H}}\,x^2 + \boxed{\text{I}}\,c + \boxed{\text{J}}$$

である。

2 次関数①と②のグラフが共有点を 1 つだけもつとき，$c = \boxed{\text{K}}$ であり，共有点の座標は $\left(\boxed{\text{L}}, \boxed{\text{M}}\right)$ である。

問 2　白いカードが 4 枚，赤いカードが 3 枚，黒いカードが 3 枚あり，これら 10 枚のカードにはすべて異なる数字が記されている。

(1) 10 枚のカードから 2 枚のカードを選び，それらを 2 つの箱 A,B に 1 枚ずつ入れる。この入れ方は全部で $\boxed{\text{NO}}$ 通りある。

(2) 10 枚のカードから 2 枚のカードを選ぶ。2 枚とも同じ色となるような選び方は $\boxed{\text{PQ}}$ 通りあり，2 枚の色が異なるような選び方は $\boxed{\text{RS}}$ 通りある。

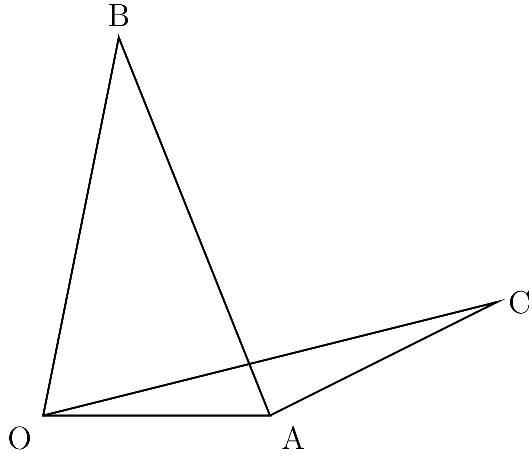
次に，この 10 枚のカードを 1 つの箱に入れ，その中からカードを 1 枚ずつ 2 度取り出す。ただし，最初に取り出したカードは箱に戻さないものとする。

(3) 取り出した 2 枚のカードが同じ色である確率は $\dfrac{\boxed{\text{T}}}{\boxed{\text{UV}}}$ である。

(4) 最初に取り出したカードの色が白か赤であり，2 度めに取り出したカードの色が赤か黒である確率は $\dfrac{\boxed{\text{WX}}}{\boxed{\text{YZ}}}$ である。

$\boxed{\text{II}}$

問 1　右図のように，1 辺 OA を共有する三角形 OAB と三角形 OAC が，次の 2 つの条件を満たしているとする。



(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = x\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

(2) 三角形 OAC の重心 G は線分 AB 上にある

このとき，x の値を求め，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表そう。

線分 OC と線分 AB の交点を D とおくと

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \frac{x}{\boxed{\text{A}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{B}}}{\boxed{\text{C}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

となる。また，D は線分 AB 上にあるので，$x = \dfrac{\boxed{\text{D}}}{\boxed{\text{E}}}$ を得る。

したがって，

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \frac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{G}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{H}}}{\boxed{\text{I}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

特に，$\mathrm{OA} = 1, \mathrm{OB} = 2, \angle\mathrm{AOB} = 60^\circ$ のとき，$\mathrm{OG} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{JK}}}}{\boxed{\text{L}}}$ となる。

問2　z は $|z|=2$ を満たす複素数とする。原点をOとする複素数平面上で $1+z, 1-\dfrac{1}{2}z$ を表す点をそれぞれA,Bとおく。

まず，複素数 z は

$$z = \boxed{\text{M}}\,(\cos\theta + i\sin\theta)$$

と表すことができる。

(1) z が実数でないとき，三角形OABの面積 S は $S=\boxed{\text{N}}$ である。ただし，$\boxed{\text{N}}$ には次の選択肢 ⓪ ～ ⑧ の中から適するものを選びなさい。

したがって，$\theta = \pm\dfrac{\boxed{\text{O}}}{\boxed{\text{P}}}\pi$ のとき S は最大になる。

⓪ $\dfrac{1}{2}\left|\sin\left(\theta+\dfrac{1}{3}\pi\right)\right|$　① $\dfrac{1}{2}|\sin\theta|$　② $\dfrac{1}{2}\left|\sin\left(\theta-\dfrac{1}{3}\pi\right)\right|$

③ $\left|\sin\left(\theta+\dfrac{1}{3}\pi\right)\right|$　④ $|\sin\theta|$　⑤ $\left|\sin\left(\theta-\dfrac{1}{3}\pi\right)\right|$

⑥ $\dfrac{3}{2}\left|\sin\left(\theta+\dfrac{1}{3}\pi\right)\right|$　⑦ $\dfrac{3}{2}|\sin\theta|$　⑧ $\dfrac{3}{2}\left|\sin\left(\theta-\dfrac{1}{3}\pi\right)\right|$

(2) 三角形OABが $\mathrm{OA}=\mathrm{OB}$ である二等辺三角形となるとき

$$|1+z| = \left|1-\frac{1}{2}z\right| = \sqrt{Q}$$

である。また，$-\pi \leqq \arg(1+z) < \pi, -\pi \leqq \arg\left(1-\dfrac{1}{2}z\right) < \pi$ とすると

$$\arg(1+z) = \pm\frac{\boxed{\text{R}}}{\boxed{\text{S}}}\pi,\quad \arg\left(1-\frac{1}{2}z\right) = \mp\frac{\boxed{\text{T}}}{\boxed{\text{U}}}\pi(\text{複合同順})$$

である。

$\boxed{\text{III}}$

関数 $y=\dfrac{2^{x^2}}{5^{3x}}(x \geqq 0)$ を考える。

(1) y が最小になる x を求めよう。

y を微分して

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2^{x^2}}{5^{3x}}(2x\log_e \boxed{\text{A}} - \boxed{\text{B}} \log_e \boxed{\text{C}})$$

を得る。

したがって，y が最小になる x の値を常用対数を用いて表すと

$$x=\frac{\boxed{\text{D}}(1-\log_{10}\boxed{\text{E}})}{\boxed{\text{F}}\log_{10}\boxed{\text{G}}}$$

である。

(2) $\dfrac{2^{x^2}}{5^{3x}}>1000$ となるような最小の正の整数 x を求めよう。

不等式 $y>1000$ より

$$x^{\boxed{\text{H}}}\log_{10}\boxed{\text{I}} - \boxed{\text{J}}\,x\log_{10}\boxed{\text{K}} - \boxed{\text{L}} > 0 \cdots\cdots ①$$

を得る。$\log_{10}2=0.301\cdots$ の近似値として 0.3 を用いて，不等式①を解くと

$$x>\frac{\boxed{\text{M}}+\sqrt{\boxed{\text{NO}}}}{\boxed{\text{P}}}$$

を得る。したがって，$y>1000$ が成り立つような最小の正の整数は $\boxed{\text{Q}}$ である。

$\boxed{\text{IV}}$

区間 $0 \leqq x \leqq \pi$ で関数 $f(x) = x\sin^2 x$ を考える。曲線 $y = f(x)$ の接線で原点を通るものを ℓ とする。ただし，ℓ は x 軸ではないとする。このとき，曲線 $y = f(x)$ と接線で囲まれた部分の面積 S を求めよう。

(1) 次の文中の $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{\text{D}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ⑨ の中から適するものを選びなさい。

曲線 $y = f(x)$ と接線 ℓ の接点を $(t, f(t))$ とおくと，ℓ は原点を通るので，等式 $\boxed{\text{A}}$ が成り立つ。さらに

$$f'(t) = \boxed{\text{B}} + 2t\boxed{\text{C}}$$

であるから，接点の x 座標は $t = \boxed{\text{D}}$ である。

⓪ $f(t) = tf'(t)$　① $f'(t) = tf(t)$

② $\sin t$　③ $\sin^2 t$　④ $\cos^2 t$　⑤ $\sin t\cos t$

⑥ $\dfrac{\pi}{2}$　⑦ $\dfrac{\pi}{3}$　⑧ $\dfrac{\pi}{4}$　⑨ $\dfrac{\pi}{6}$

(2) 次の文中の $\boxed{\text{E}}$ ～ $\boxed{\text{G}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ⑨ の中から適するものを選びなさい。

関数 $f(x)$ の不定積分は

$$\int f(x)dx = \boxed{\text{E}}\left(2x^2 - 2x\boxed{\text{F}} - \boxed{\text{G}}\right) + C(C \text{ は積分定数})$$

である。

⓪ $\frac{1}{8}$　① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 2　④ 4　⑤ 8

⑥ $\sin x$　⑦ $\cos x$　⑧ $\sin 2x$　⑨ $\cos 2x$