NO.

DATE

$\boxed{\text{III}}$

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{t+2}{2}x^2+2tx+\frac{2}{3}$$

$$f'(x)=x^2-(t+2)x+2t=(x-2)(x-t)$$

(i) $t>2$ のとき、 $x=2$ で極大, $x=t$で極小。

$$f(4)=\frac{64}{3}-8(t+2)+8t+\frac{2}{3}$$

$$=6$$

$\Rightarrow f(2)>6$ となるtの値を求める。

$f(2)=\frac{8}{3}-2t-4+4t+\frac{2}{3}$

$=2t-\frac{2}{3}>6$

$t-\frac{1}{3}>3 \quad t>\frac{10}{3}$

(ii) $t=2$のとき、$x\leqq4$ における$f(x)$の最大値は $f(4)=6$ より条件を満たさない。

(iii) $t<2$のとき、 $f(x)$は$x=t$で極大、$x=2$で極小。 $f(4)=6$より、$f(t)>6$となるtの範囲を考える。

ここで、$f(t)-6=\frac{1}{3}t^3-\frac{1}{2}t^3-t^2+2t^2+\frac{2}{3}-6$

$$=-\frac{1}{6}t^3+t^2-\frac{16}{3}=-\frac{1}{6}(t^3-6t^2+32)$$

$t=-2$のとき、
$(-2)^3-6\cdot(-2)^2+32=$
$=-8-24+32=0$.

$$=-\frac{1}{6}(t+2)(t^2-8t+16)$$

$$=-\frac{1}{6}(t+2)(t-4)^2>0 \rightarrow t<-2,$$

よって、tの範囲は、 $t>\frac{10}{3}$ または $t<-2$