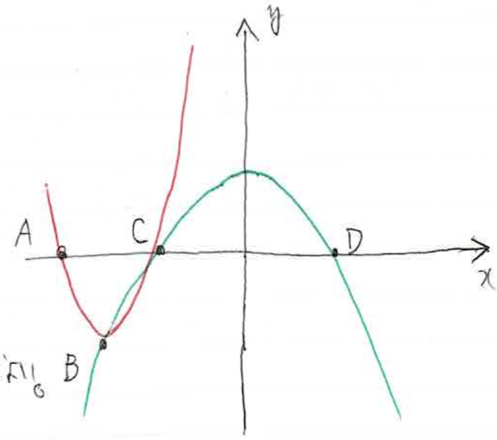
NO.

DATE

H27 第1回 コースI

四 問1.

(1) 右の図のような放物線となればよい。



$l : y = ax^2 + 2bx + c$

$m : y = (a+1)x^2 + 2(b+2)x + c + 3$

1つは上に凸, 1つは下に凸 だから. $a<0$, $0<a+1$ であればよい。

よって、A,B,Cを通るのは m、B,C,Dを通るのは l。

(2) l と m は、点B, Cで交わるので、交点を求めるためには

$ax^2+2bx+c = (a+1)x^2+2(b+2)x+c+3$ を解けばよい。

$\Leftrightarrow x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+3)=0$. $x=-3, -1$

よって、点Bの x 座標は -3, 点Cの x 座標は -1。

(3) AB=AC のとき. 点Bは放物線 m の頂点。

CO=OD のとき、放物線 l の頂点は y 軸上にある。

2点C, Dが y 軸に関して対称より、l は $x \to -x$ の変換に対して不変。

よって、$b=0$ でなければならない。

また、AB=BC より $x=-3$ が m の軸。 $b=0$ なので、

m の式は $y=(a+1)x^2+4x+c+3$. この軸は $x=-\frac{4}{2(a+1)} = -\frac{2}{a+1} = -3$

$\therefore a+1=\frac{2}{3}$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$.

このとき l は $y=-\frac{1}{3}x^2+c$. であり、この放物線が $(-1, 0)$ を通るので、

$0=-\frac{1}{3}+c$ $\therefore c=\frac{1}{3}$

問2、

$3a+1=b$ とすると、$a=\dfrac{b-1}{3}$ より、a^2+5 に代入すると、

$$a^2+5=\left(\frac{b-1}{3}\right)^2+5=\frac{b^2-2b+1}{9}+5=\frac{b^2-2b+46}{9}$$

また、b は a^2+5 の約数より $a^2+5=bc$ と表せるので、

$$bc=\frac{b^2-2b+46}{9} \Leftrightarrow 9bc=b^2-2b+46$$
$$\Leftrightarrow b(9c-b+2)=46$$

これより b は 46の約数で、$b=1,2,23,46$ のどれか。

よって、$3a+1=1,2,23,46$ を満たす自然数 a を求める。

$3a+1=1 \rightarrow a=0$、×

$3a+1=2 \rightarrow 3a=1.\ a=\frac{1}{3}.$ ×

$3a+1=23 \rightarrow 3a=22\ \ a=\frac{22}{3}$ ×

$3a+1=46 \rightarrow 3a=45\ \ a=15$、○　　よって $a=15$、$b=46$、