指数、対数

○指数法則

$a^x \cdot b^x = (ab)^x$,　$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$,　$\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

対数の計算法則は全て指数法則から導かれる。

① $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$

∵ $X = \log_a x$, $Y = \log_a y$ とおくと、$a^X = x$, $a^Y = y$,

よって、$x \cdot y = a^X \cdot a^Y = a^{X+Y}$

この両辺の対数をとれば、$\log_a xy = \log_a a^{X+Y} = X+Y = \log_a x + \log_a y$

② $\log_a x^p = p\log_a x$

∵ $X = \log_a x^p$ とおくと、$a^X = x^p \rightarrow a^{\frac{X}{p}} = x$

よって、$\dfrac{X}{p} = \log_a x$　　$X = p\log_a x$

∴ $\log_a x^p = p\log_a x$

③ $\log_a x - \log_a y = \log_a \dfrac{x}{y}$

∵ $X = \log_a x$, $Y = \log_a y$ とおくと、$a^X = x$, $a^Y = y$ より

$\dfrac{x}{y} = \dfrac{a^X}{a^Y} = a^{X-Y}$, $\rightarrow X - Y = \log_a \dfrac{x}{y}$

よって、$\log_a x - \log_a y = \log_a \dfrac{x}{y}$

④ 底の変換

$\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$　　∵ $\log_b c = X$ とすると、$c = b^X$

このaについての対数 $\log_a c = \log_a b^X = X\log_a b$

$\log_b c = X = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$

NO.

DATE . .

合わせて、覚えておくと良い式

① $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

$\because$ $(\log_b c)(\log_b a) = (\log_b a)(\log_b c)$ より

左辺 $= \log_b a^{\log_b c}$, 右辺 $= \log_b c^{\log_b a}$

$\therefore$ $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

② $(\log_a b)(\log_b c) = \log_a c$

$\because$ $\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$ $\Rightarrow$

③ $\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n}\log_a b$

$\because$ $\log_{a^n} b = \dfrac{\log_a b}{\log_a a^n} = \dfrac{\log_a b}{n}$