$\boxed{\text{I}}$

問1 x の2次関数 $f(x)=2x^2+ax-1$ は

$$f(-1) \geqq -3, \quad f(2) \geqq 3 \quad \cdots\cdots ①$$

を満たしている。このとき，$f(x)$ の最小値 m を考える。

(1) m は a を用いて

$$m = -\frac{\boxed{\text{A}}}{\boxed{\text{B}}}a^2 - \boxed{\text{C}}$$

と表される。

(2) $f(x)$ が条件①を満たすような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{DE}} \leqq a \leqq \boxed{\text{F}}$$

である。

(3) m の値が最も大きくなるのは，$y=f(x)$ のグラフの軸が直線 $x=\boxed{\text{G}}$ のときである。また，そのときの m の値は $\boxed{\text{HI}}$ である。

(4) m の値が最も小さくなるのは，$y=f(x)$ のグラフの軸が直線 $x=\boxed{\text{JK}}$ のときである。また，そのときの m の値は $\boxed{\text{LM}}$ である。

問 2　平面上に三角形 ABC があって，1 個の球が頂点 A に置かれている。いま，1 個のサイコロを投げ，次の規則に従って球を動かす。

(i) 球が A にあるとき，出た目が 1 であれば B に動かし，その他の場合は A から動かさない。

(ii) 球が B にあるとき，出た目が 4 以下であれば C に動かし，その他の場合は B から動かさない。

ただし，球が C に到達すれば試行を止める。

このとき，サイコロを投げて，4 回以内に球が C に到達する確率を求めよう。

(1) サイコロを投げて 2 回目に球が C に到達する確率は $\dfrac{1}{\boxed{\mathsf{N}}}$ である。

(2) サイコロを投げて 3 回目に球が C に到達する確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{O}}}{\boxed{\mathsf{PQ}}}$ である。

(3) サイコロを投げて 4 回目に球が C に到達する確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{RS}}}{\boxed{\mathsf{TUV}}}$ である。

以上から，4 回以内に球が C に到達する確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{WX}}}{\boxed{\mathsf{YZ}}}$ である。

$\boxed{\text{II}}$

問 1　漸化式

$$a_1 = 18, \quad a_{n+1} - 12a_n + 3^{n+2} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよう。

数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{a_n}{\boxed{\mathsf{A}}^{\,n}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

と定めると，$\{b_n\}$ は

$$b_1 = \boxed{\mathsf{B}}, \quad b_{n+1} = \boxed{\mathsf{C}}\, b_n + \boxed{\mathsf{D}} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たす。この漸化式は

$$b_{n+1} - \boxed{\mathsf{E}} = \boxed{\mathsf{F}}\left(b_n - \boxed{\mathrm{E}}\right)$$

と変形できる。ここで，数列 c_n を

$$c_n = b_n - \boxed{\mathrm{E}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

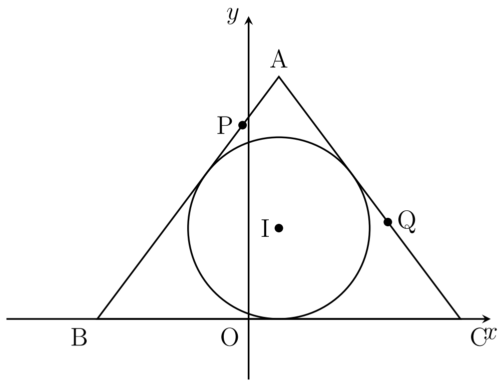
と定めると，$\{c_n\}$ は初項 $\boxed{\mathsf{G}}$，公比 $\boxed{\mathsf{H}}$ の等比数列である。

したがって，

$$a_n = \boxed{\mathsf{I}}^{\,n}\left(\boxed{\mathsf{J}} \cdots \boxed{\mathsf{K}}^{\,n-1} + \boxed{\mathsf{L}}\right) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

である。

問 2　右図のような，原点を O とする xy 平面上で，AB $=$ AC の二等辺三角形 ABC を考える。ただし，辺 AB は点 $\mathrm{P}(-1, 5)$ を通り，辺 AC は点 $\mathrm{Q}(3, 3)$ を通るものとする。



このとき，三角形 ABC の内接円の半径について考えよう。

2 点 A，B を通る直線を ℓ_1 とし，2 点 A，C を通る直線を ℓ_2 とする。ℓ_1 の傾きを a とすると，ℓ_1, ℓ_2 の方程式は

$$\ell_1 : y = ax + a + \boxed{\mathsf{M}}$$

$$\ell_2 : y = -ax + \boxed{\mathsf{N}}\, a + \boxed{\mathsf{O}}$$

である。

また，内接円の中心を I とおき，半径を r とおくと，I の座標は $\left(\boxed{\mathsf{P}} - \dfrac{\boxed{\mathsf{Q}}}{a}, r \right)$ である。

したがって，r は a を用いて

$$r = \frac{\boxed{\mathsf{R}}\, a + \boxed{\mathsf{S}}}{\boxed{\mathsf{T}} + \sqrt{a^2 + \boxed{\mathsf{U}}}}$$

と表される。

特に，$r = \dfrac{5}{2}$ のとき，頂点 A の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\mathsf{V}}}{\boxed{\mathsf{W}}}, \dfrac{\boxed{\mathsf{XY}}}{\boxed{\mathsf{Z}}} \right)$ である。

$\boxed{\text{III}}$

すべての正の実数に対して，不等式

$$\frac{\log 3x}{4x+1} \leqq \log\left(\frac{2kx}{4x+1}\right) \qquad \cdots\cdots ①$$

が成り立つような正の実数 k の値の範囲を求めよう。ただし，$\log$ は自然対数とする。

(1) 次の文中の $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ⑧ の中から適するものを選びなさい。

不等式①を変形して

$$\log k \geqq \boxed{\text{A}} \qquad \cdots\cdots ②$$

を得る。

ここで，②の右辺を $g(x)$ とおき，$g(x)$ を x で微分すると

$$g'(x) = \boxed{\text{B}}$$

である。

⓪ $\dfrac{\log 3x}{4x+1} - \log 4x + 1 - \log 2x$　① $\dfrac{\log 3x}{4x+1} - \log 4x + 1 + \log 2x$

② $\dfrac{\log 3x}{4x+1} + \log 4x + 1 + \log 2x$　③ $\dfrac{\log 3x}{4x+1} + \log 4x + 1 - \log 2x$

④ $\dfrac{4\log 3x}{(4x+1)^2}$　⑤ $\dfrac{3x+2+\log 3x}{(4x+1)^2}$

⑥ $-\dfrac{4\log 3x}{(4x+1)^2}$　⑦ $\dfrac{3x-2-\log 3x}{(4x+1)^2}$

⑧ $-\dfrac{3\log 2x}{(4x+1)^2}$

(2) 次の文中の $\boxed{\text{E}}$, $\boxed{\text{F}}$, $\boxed{\text{G}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ③ の中から適するものを選び，他の $\boxed{}$ には適する数を入れなさい。

$g(x)$ は区間 $0 < x < \dfrac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}}$ で $\boxed{\text{E}}$ し，また，区間 $\dfrac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}} < x$ で $\boxed{\text{F}}$ する。よって，$g(x)$ は $x = \dfrac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}}$ で $\boxed{\text{G}}$ になる。

したがって，すべての正の実数 x に対して不等式①が成り立つような k の値の範囲は

$$k \geqq \frac{\boxed{\text{H}}}{\boxed{\text{I}}}$$

である。

⓪増加　①減少　②最大　③最小

$\boxed{\text{IV}}$

次の２つの曲線を考える。

$$x^2+y^2=1 \qquad \cdots\cdots ①$$

$$4xy=1 \qquad \cdots\cdots ②$$

ただし，$x>0, y>0$ とする。このとき，曲線①と曲線②で囲まれる部分の面積 S を求めよう。

(1) まず，曲線①と曲線②の交点をP，Q，それらの x 座標をそれぞれ $p, q(p<q)$ とする。

曲線①と曲線②の交点の座標 (x, y) は，①より，$x=\cos\theta, y=\sin\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ とおける。このとき，②より

$$\sin\boxed{\text{A}}\theta=\frac{\boxed{\text{B}}}{\boxed{\text{C}}}$$

となる。これより

$$\theta=\frac{\boxed{\text{D}}}{\boxed{\text{EF}}}\pi,\quad \frac{\boxed{\text{G}}}{\boxed{\text{HI}}}\pi$$

となる。ただし，$\frac{\boxed{\text{D}}}{\boxed{\text{EF}}}\pi<\frac{\boxed{\text{G}}}{\boxed{\text{HI}}}\pi$ となるように答えなさい。

よって

$$p=\cos\frac{\boxed{\text{J}}}{\boxed{\text{KL}}}\pi, q=\cos\frac{\boxed{\text{M}}}{\boxed{\text{NO}}}\pi$$

を得る。

(2) S の値を求めよう。

$$S=\int_p^q\left(\sqrt{1-x^2}-\frac{1}{4x}\right)dx$$

であるから

$$I=\int_p^q\sqrt{1-x^2}dx,\quad J=\int_p^q\frac{1}{x}dx$$

の値を求めれば良い。

I については，$x=\cos\theta$ とおいて置換積分の計算をすると

$$I=\frac{\boxed{\mathsf{P}}}{\boxed{\mathsf{Q}}}\pi$$

となる。また

$$J=\log\left(\boxed{\mathsf{R}}+\sqrt{\boxed{\mathsf{S}}}\right)$$

である。ただし，log は自然対数である。

以上より

$$S=\frac{\boxed{\mathrm{P}}}{\boxed{\mathrm{Q}}}\pi-\frac{\boxed{\mathsf{T}}}{\boxed{\mathsf{U}}}\log\left(\boxed{\mathrm{R}}+\sqrt{\boxed{\mathrm{S}}}\right)$$