

微分公式について

○ 微分の定義

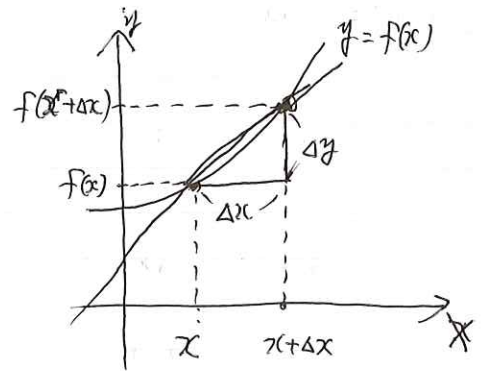
x から $x+\Delta x$ だけ増加した場合
(減少)

$x=x$, $x=x+\Delta x$ の 2 点を通る直線の傾きは

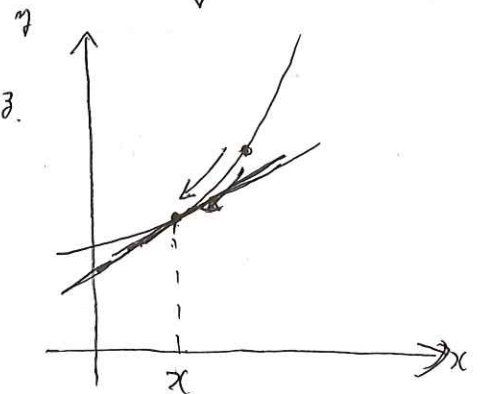
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$\Delta x \rightarrow 0$ の極限をとると、 x での接線の傾きになる。

これを、 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ と表す。



↓ $\Delta x \rightarrow 0$ に近づくと、



○ 微分公式

$$y=f(x)=x^n \text{ のとき, } f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x+\Delta x)^n - x^n}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=0}^n {}^n C_k x^{n-k} (\Delta x)^k - x^n}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^n + \sum_{k=1}^n {}^n C_k x^{n-k} (\Delta x)^k - x^n}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{n {}^n C_1 x^{n-1} (\Delta x)^1 + \sum_{k=2}^n {}^n C_k x^{n-k} (\Delta x)^k}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[n x^{n-1} + \sum_{k=2}^n {}^n C_k x^{n-k} (\Delta x)^{k-1} \right]$$

少なくなるので

$$= n x^{n-1}$$

• $y = f(x) = \sin x$ ақт

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+\Delta x) - \sin x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos \Delta x + \cos x \sin \Delta x - \sin x}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin x (\cos \Delta x - 1) + \cos x \sin \Delta x}{\Delta x}$$

$$\text{«2»} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos \Delta x - 1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta x}{2}\right) - 1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1 - 2\sin^2 \frac{\Delta x}{2} - 1}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{\Delta x}{2}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \cdot \sin \frac{\Delta x}{2} = 0, \quad \left(\begin{array}{l} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \Delta x}{\Delta x} = 1 \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sin \Delta x = 0 \end{array} \right)$$

«3» ақт.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \cos x \cdot \frac{\sin \Delta x}{\Delta x} = \cos x,$$

• $y = f(x) = \cos x$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos(x+\Delta x) - \cos x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos \Delta x - \sin x \sin \Delta x - \cos x}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos \Delta x - 1) - \sin x \sin \Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-\sin x \sin \Delta x}{\Delta x} = -\sin x.$$